Descriptores de Imagen

Marcos Martín

22 de mayo de 2002

1. Atributos Topológicos

Son propiedades invariantes a deformaciones de los objetos.

- Número de objetos O.
- Número de agujeros H.
- Número de Euler $E = O - H$.

2. Distancia

Podemos definir la distancia entre dos puntos de la imagen, $I(x_1, y_1)$ e $I(x_2, y_2)$, de varias formas:

- Distancia Euclídea

$$d_E = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \tag{1}$$

- Distancia de magnitud

$$d_M = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|. \tag{2}$$

- Distancia del valor máximo

$$d_X = \text{máx}\{|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|\}. \tag{3}$$

Debido a que la unidad de medida es el pixel, para calcular la distancia real es necesario calibrar el sistema para saber el tamaño de un pixel.

3. Perímetro y Área

Estas medidas sólo tienen significado válido en imágenes binarias. Tomaremos la siguiente convención:

- $I(x, y) = 1$ si el pixel forma parte del objeto.

- $I(x, y) = 0$ si el pixel forma parte del fondo.

Perímetro P es el número de pixels que pertenecen al objeto y que, al menos, tienen un vecino que pertenece al fondo. La distancia entre pixels en diagonal se suele tomar como $\sqrt{2} \approx 1{,}4142$.

Área es el número de pixels para los cuales $I(x, y) = 1$, es decir,

$$A = \sum_{x=1}^{N} \sum_{y=1}^{M} I(x, y). \tag{4}$$

También podemos definir la *compactación* C de un objeto como

$$C = \frac{P^2}{4\pi A}. \tag{5}$$

La compactación nos da una medida de la dispersión del objeto, por ejemplo, el círculo, que tiene un valor unidad, es la forma con valor más pequeño. El inverso de la compactación es la *circularidad.*

4. Momentos

La geometría de una región plana se basa en el tamaño, la posición, la orientación y la forma. Todas estas medidas están relacionadas con una familia de parámetros llamada *momentos.*

Los momentos de orden $p + q$ de una imagen $I(x, y)$ son

$$M_{p,q} = \sum_{x=1}^{N} \sum_{y=1}^{M} x^p y^q I(x, y). \tag{6}$$

Por ejemplo, el momento de orden cero para una imagen binaria

$$M_{0,0} = \sum_{x=1}^{N} \sum_{y=1}^{M} I(x, y). \tag{7}$$

es el área del objeto.

5. Centro de Gravedad

La definición física es el punto de un objeto que tiene la misma cantidad de objeto en cualquier dirección.

En el caso de imágenes se utiliza como punto de referencia del objeto y viene dado por

$$\bar{x} = \frac{\sum_{x=1}^{N} \sum_{y=1}^{M} x I(x, y)}{A} \tag{8}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{x=1}^{N} \sum_{y=1}^{M} y I(x, y)}{A}. \tag{9}$$

Podemos expresarlo en función de los momentos

$$\bar{x} = \frac{M_{1,0}}{M_{0,0}} \tag{10}$$

$$\bar{y} = \frac{M_{0,1}}{M_{0,0}}. \tag{11}$$

6. Momentos Centrales

Para poder hacer una descripción independiente de la posición del objeto, los momentos pueden calcularse respecto al centro de gravedad. Son los *momentos centrales*

$$\mu_{p,q} = \sum_{x=1}^{N}\sum_{y=1}^{M}(x-\bar{x})^p(y-\bar{y})^q I(x,y). \tag{12}$$

Si los momentos son conocidos, es menos costoso calcular los momentos centrales a partir de los momentos que evaluar la ecuación (12) directamente. Por ejemplo para los primeros órdenes

$$\mu_{0,0} = M_{0,0} \tag{13}$$

$$\mu_{0,1} = 0 \tag{14}$$

$$\mu_{1,0} = 0 \tag{15}$$

$$\mu_{2,0} = M_{2,0} - \frac{M_{1,0}^2}{M_{0,0}} \tag{16}$$

$$\mu_{1,1} = M_{1,1} - \frac{M_{1,0}M_{0,1}}{M_{0,0}} \tag{17}$$

$$\mu_{0,2} = M_{0,2} - \frac{M_{0,1}^2}{M_{0,0}}. \tag{18}$$

7. Ejes Principales

Los ejes principales de un objeto se calculan a partir de los valores propios de la *matriz de inercia I*

$$I = \begin{pmatrix} \mu_{2,0} & \mu_{1,1} \\ \mu_{1,1} & \mu_{0,2} \end{pmatrix}. \tag{19}$$

Los *momentos principales* son los valores propios de la matriz I que vienen dados por

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}(\mu_{2,0}+\mu_{0,2}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\mu_{2,0}^2+\mu_{0,2}^2-2\mu_{2,0}\mu_{0,2}+4\mu_{1,1}^2}. \tag{20}$$

El ángulo del eje principal ϕ se calcula a partir del valor propio más grande, mientras que el ángulo del eje secundario es el perpendicular a éste. Se tiene que

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\lambda_{\text{máx}} - \mu_{2,0}}{\mu_{1,1}}\right). \tag{21}$$

8. Momentos Invariantes

Debido a que $\mu_{0,0}$ es el área del objeto, podemos normalizar los momentos para tener una descripción independiente del tamaño. Los *momentos centrales normalizados* son

$$\eta_{p,q} = \frac{\mu_{p,q}}{\mu_{0,0}^{\alpha}} \qquad\qquad \alpha = \frac{p+q}{2} + 1. \tag{22}$$

A partir de los momentos centrales normalizados de orden dos y tres es posible extraer siete parámetros denominados *momentos invariantes*, independientes a posición, tamaño y ángulo del objeto

$$h_1 = \eta_{2,0} + \eta_{0,2} \tag{23}$$

$$h_2 = (\eta_{2,0} - \eta_{0,2})^2 + 4\eta_{1,1}^2 \tag{24}$$

$$h_3 = (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})^2 + (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})^2 \tag{25}$$

$$h_4 = (\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 + (\eta_{0,3} + \eta_{2,1})^2 \tag{26}$$

$$\begin{aligned} h_5 = {} & (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})[(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - 3(\eta_{0,3} + \eta_{2,1})^2] + \\ & (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})(\eta_{0,3} + \eta_{2,1})[3(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{0,3} + \eta_{2,1})^2] \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} h_6 = {} & (\eta_{2,0} - \eta_{0,2})[(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{0,3} + \eta_{2,1})^2] + \\ & 4\eta_{1,1}(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})(\eta_{0,3} + \eta_{2,1}) \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} h_7 = {} & (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})[(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - 3(\eta_{0,3} + \eta_{2,1})^2)] - \\ & (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})(\eta_{0,3} + \eta_{2,1})[3(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{0,3} + \eta_{2,1})^2]. \end{aligned} \tag{29}$$