

Tratamiento de la Información I

Junio 99

1.- (1p) Describa un experimento visual que justifique el comportamiento paso-banda del sistema de visión humana.

2.- (2p) Respecto de la transformada del coseno (DCT) de secuencias reales:

a) Sabiendo que la expresión analítica de la DCT de una secuencia bidimensional $u[m, n]$ es:

$$v[k, l] = \alpha[k]\alpha[l] \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} u[m, n] \cos\left(\frac{\pi(2m+1)k}{2N}\right) \cos\left(\frac{\pi(2n+1)l}{2N}\right)$$

indique la manera de obtener una DCT bidimensional mediante el empleo de DCTs unidimensionales.

b) Demuestre analíticamente que puede obtener la DCT de una secuencia $u[n]$ de longitud N (con N par) mediante una función de la DFT de $\hat{u}[n]$, con esta última definida como sigue:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{u}[n] = u[2n] \\ \hat{u}[N-n-1] = u[2n+1] \end{array} \right\} 0 \leq n \leq \left(\frac{N}{2}\right) - 1$$

c) Sabiendo que la DCT inversa una secuencia de longitud N se define mediante la expresión

$$u[n] = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha[k]v[k] \cos\left(\frac{\pi(2n+1)k}{2N}\right)$$

donde $v[k]$ representan los coeficientes de la DCT directa, demuestre que dicha transformación inversa puede obtenerse mediante la DFT inversa de la secuencia $\psi[k]$, definida como sigue:

$$\psi[k] = \begin{cases} \alpha[k]v[k]e^{j\frac{\pi k}{2N}} & \text{si } 0 \leq k \leq N-1 \\ 0 & \text{si } N \leq k \leq 2N-1 \end{cases}$$

3.- (1.5p) Respecto del muestreo de señales bidimensionales:

a) Deduzca la expresión del espectro $F_s(\xi_x, \xi_y)$ de una señal continua $f(x, y)$, cuando es muestreada rectangularmente con una separación entre muestras Δ_x en el eje horizontal y Δ_y en el vertical.

b) Describa una alternativa al muestreo rectangular, indicando su fundamento y sus ventajas respecto a dicho muestreo.

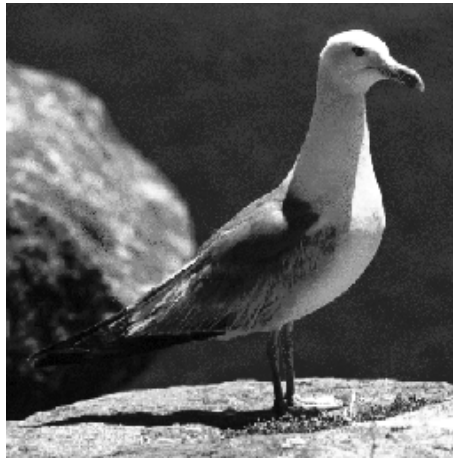
4.- (1p) Indique gráficamente, para un filtro de degradación paso bajo (a su elección) de una imagen, las respuestas en frecuencia esparables de un filtro inverso, un filtro de suavizado

de ruido, y un filtro de Wiener. Indique las ventajas esperables del último, así como la información necesaria para su empleo.

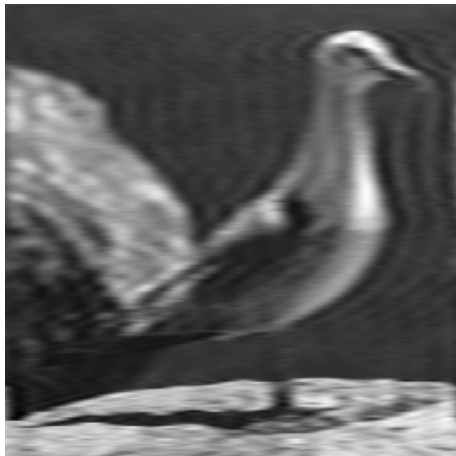
5.- (1.5 p) Sea $f(x, y)$ una señal bidimensional continua en variables espaciales, y $g(s, \theta)$, la proyección de dicha señal sobre una referencia inclinada θ radianes respecto de la horizontal. Se pide:

- Deduzca la ecuación del rayo de proyección.
- Obtenga la proyección de $f(x - x_0, y - y_0)$ como función de $g(s, \theta)$.
- Si $f_p(\rho, \psi)$ es la expresión en coordenadas polares de $f(x, y)$, obtenga la proyección de $f_p(\rho, \psi + \psi_0)$ como función de $g(s, \theta)$.

6.- (1p) Describa el objetivo de la Transformada de Hough, así como una posible implementación práctica de la misma.



a)



c)



d)

7.- (2p) La figura a) muestra la imagen original de una gaviota; dicha imagen ha sido procesada realizando una FFT (con la opción 'componente continua centrada'), multiplicando la FFT por una imagen negra con un rectángulo blanco superpuesto (centrado en el fondo negro y de lados paralelos a la imagen), y realizando la FFT inversa del producto. Se pide que razone, para las imágenes b) y c), qué dimensión del rectángulo es mayor. Base sus conclusiones tanto en los bordes presentes en la imagen como en el rizado del fondo.