Tratamiento Discreto de Señales 1

Práctica 3-Procesado Lineal Bidimensional (II)

22 de marzo de 2005

1 Objetivos

En esta práctica se persiguen dos objetivos: en primer lugar, se compararán las convoluciones lineal y circular mediante varios ejemplos. En segundo lugar, se llevará a cabo un estudio analítico de la transformada del coseno unidimensional, y se comparará la DCT con la DFT en cuanto a capacidad de compactación de energía.

2 Convolución lineal y circular

- Cree una matriz correspondiente a un filtro bidimensional paso bajo de componentes separables. Dote a la aplicación de capacidad para que la longitud del filtro sea parametrizable.
- Escoja una imagen de prueba, y filtre dicha imagen con el filtro que acaba de crear (puede utilizar para ello `filter2` o `conv2`). Observe los resultados por pantalla.
- Obtenga la convolución mediante FFTs. Cambie los tamaños de las mismas, así como las longitudes del filtro y observe los efectos de la convolución circular. Compruebe las condiciones necesarias para que convolución lineal y circular coincidan. Extraiga las oportunas conclusiones.

3 Transformada del Coseno

1. Demuestre[1] analíticamente que puede obtener la transformada del coseno de una secuencia $u[n]$ de longitud N (con N par) mediante una función de la DFT de $\hat{u}[n]$, con esta última definida como sigue:

$$\left.\begin{array}{ll} \hat{u}[n] & = u[2n] \\ \hat{u}[N-n-1] & = u[2n+1] \end{array}\right\} 0 \leq n \leq \left(\frac{N}{2}\right) - 1 \tag{1}$$

2. Sabiendo que la transformación inversa del coseno de una secuencia de longitud N se define mediante la expresión

$$u[n] = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha(k) v(k) cos\left(\frac{\pi(2n+1)k}{2N}\right) \tag{2}$$

donde $v(k)$ representan los coeficientes de la transformada y $\alpha(k)$ juega el mismo papel que en la transformada directa, demuestre que dicha transformación inversa puede

[1] Para hacer los puntos 3 y 4 de esta sección no tiene por qué haber resuelto los ejercicios teóricos.

obtenerse mediante la FFT inversa de la secuencia $\psi(k)$, definida como sigue:

$$\psi(k) = \begin{cases} \alpha(k)v(k)e^{j\frac{\pi k}{2N}} & si \;\; 0 \leq k \leq N-1 \\ 0 & si \;\; N \leq k \leq 2N-1 \end{cases} \tag{3}$$

3. Cree una señal unidimensional del tipo $X[n+1] = aX[n] + Y[n]$, con $Y[n]$ una secuencia de ruido blanco gaussiano, y a un parámetro entre $(-1, 1)$. Se pretende analizar el error cometido en la reconstrucción parcial de esta señal a partir de un subconjunto de los coeficientes tanto de su DCT como de su DFT. Obtenga una curva que refleje dicho error como función del número de coeficientes empleados. Extraiga las oportunas conclusiones.

4. Repita el ejercicio anterior para una imagen (por ejemplo, el cameraman). Para ello, puede definir una máscara con unos y ceros en los lugares respectivos de mantenimiento y eliminación de coeficientes de la transformada. En el caso de la DCT, desplace la máscara a la esquina superior izquierda de la matriz de coeficientes; para la DFT, emplee la orden `fftshift`, y centre la máscara en la matriz de coeficientes desplazados. Considere, por simplicidad, factores de compresión potencias de dos.

5. Repita lo anterior cuando los coeficientes de la DCT se seleccionan mediante el método de *zig-zag* disponible en la rutina `zigzag.m`.